



Wprowadzenie do teledetekcji atmosfery

Krzysztof Markowicz
Instytut Geofizyki, Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
kmark@igf.fuw.edu.pl

Plan wykładu

- Wprowadzenie do teledetekcji atmosferycznej
- Zagadnienie odwrotne
- Metody rozwiązywania problemów odwrotnych
- Ograniczenia metod odwrotnych
- Przykłady metod teledetekcyjnych

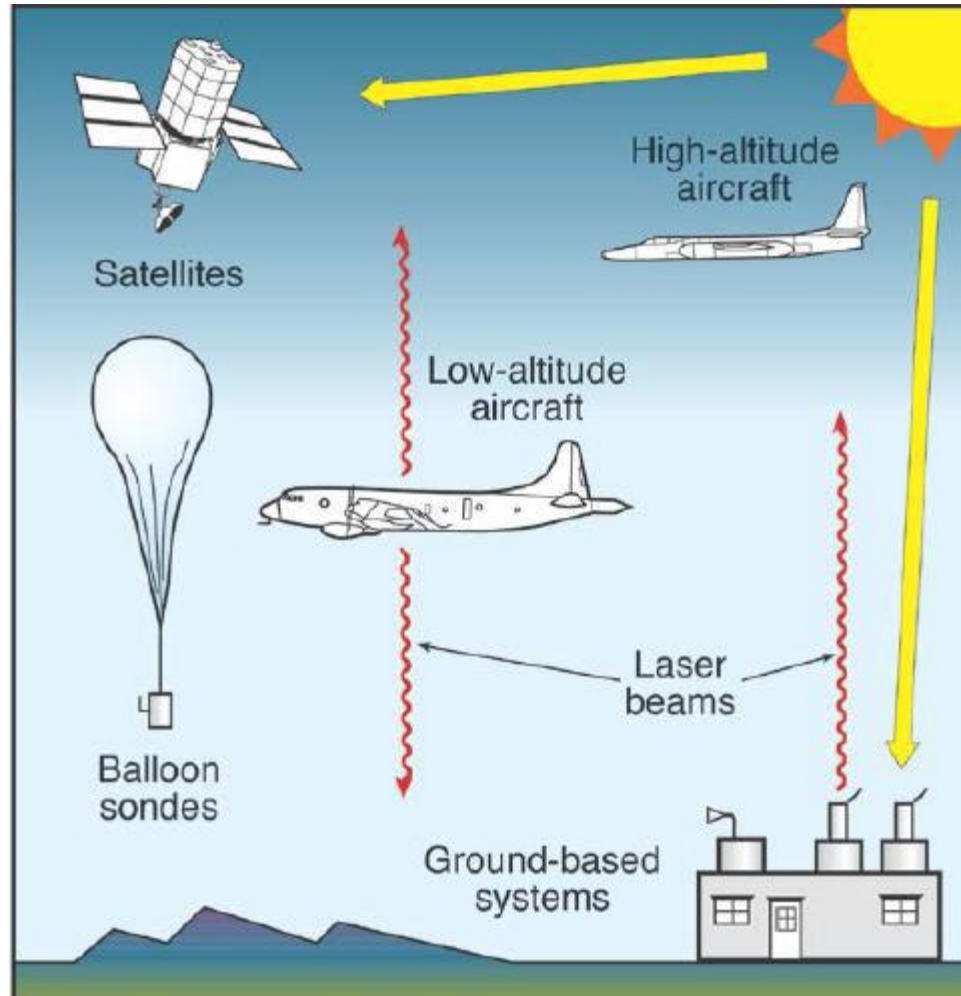
Teledetekcja aktywna

- Wykorzystuje sztuczne źródła promieniowania elektromagnetycznego, takiej jak lasery, radary. Emitują one fale o określonej długości, zaś detektory rejestrują promieniowanie rozproszone lub odbite wstecznie.
- Ostatni rozwój technik lidarowych i radarowych bazuje na metodach różnicowych oraz depolaryzacyjnych pozwalających na detekcję pary wodnej, aerozoli, gazów śladowych czy parametrów mikrofizycznych chmur.

Teledetekcja pasywna

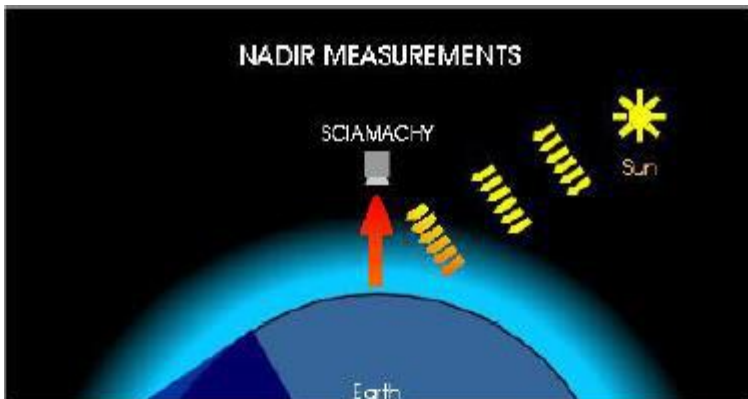
- Wykorzystuje naturalne promieniowanie elektromagnetycznego emitowane przez słońce, powierzchnia ziemi i czy atmosferę.
- W badaniach atmosfery wykorzystuje się szerokie widmo promieniowania począwszy od UV przez promieniowanie widzialne, podczerwone po mikrofae.
- Pasywna teledetekcja dostarcza m.in. informacji o temperaturze powierzchni ziemi, atmosfery, profilach pionowych koncentracji składników atmosferycznych ponadto jest wykorzystywana do pomiaru bilansu energetycznego na górnej granicy atmosfery i in.

Platformy pomiarowe do badań teledetekcyjnych



Geometria pomiarów satelitarnych

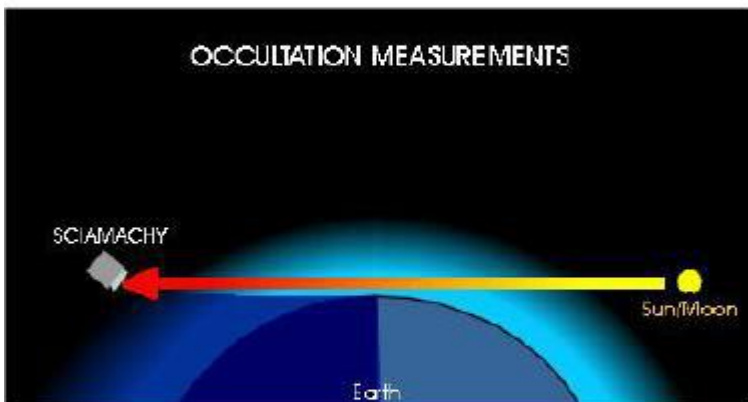
NADIR MEASUREMENTS



Skanowanie w nadirze:

- Pomiar promieniowania słonecznego rozproszonego wstecznie lub długofalowego emitowanie z powierzchni ziemi i atmosfery
- Dobra rozdzielczość spektralna
- Słaba rozdzielczość pionowa

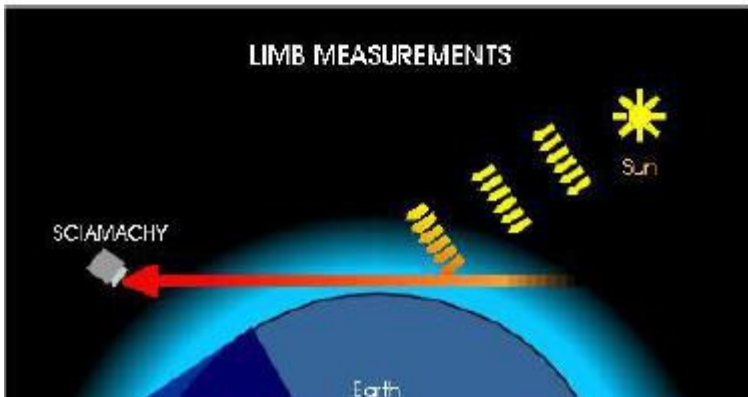
OCCULTATION MEASUREMENTS



Solar occultation

- Pomiar bezpośredniego promieniowania słonecznego
- Wysoka rozdzielczość pionowa
- Niska rozdzielczość przestrzenna

LIMB MEASUREMENTS



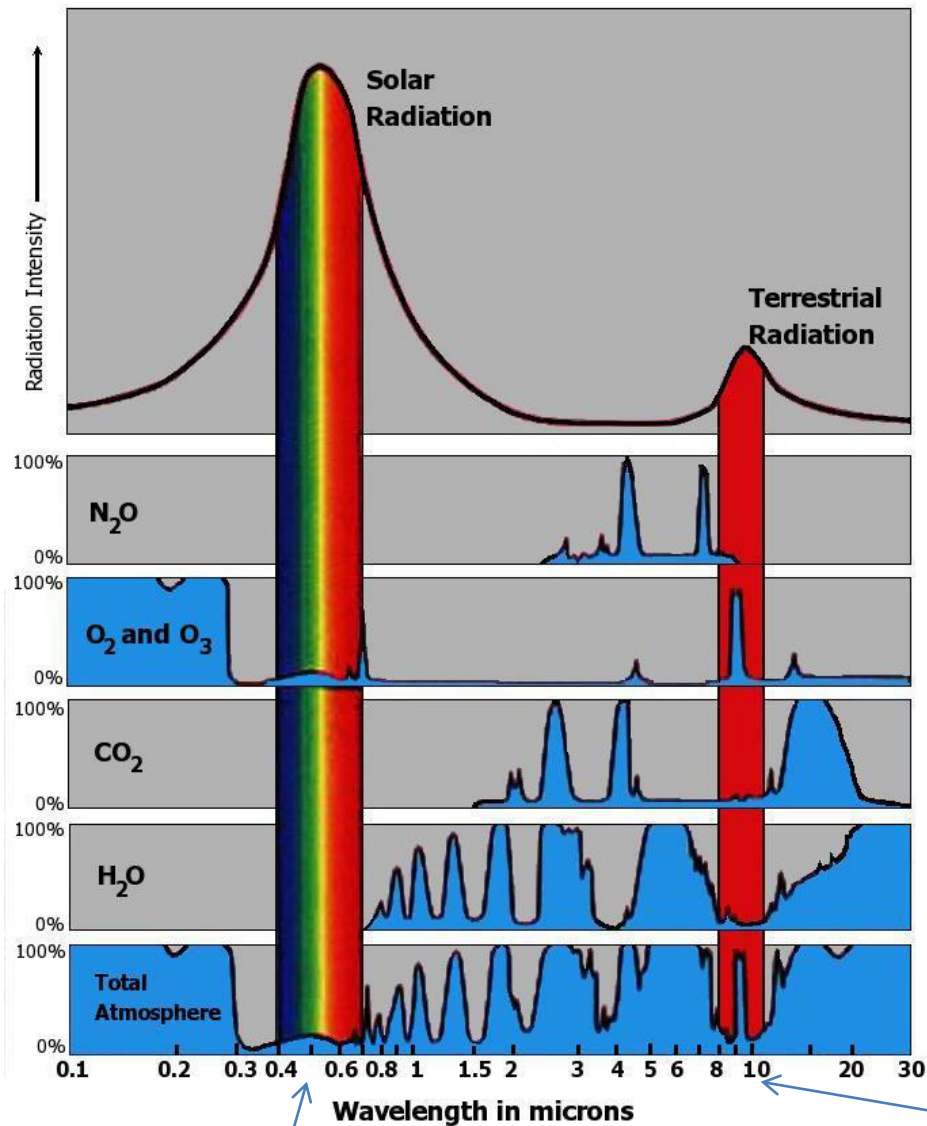
Limb:

- Pomiar promieniowania rozproszonego lub emitowanego w podczerwieni termalnej
- Wysoka rozdzielczość pionowa
- Niska rozdzielczość przestrzenna

Wprowadzenie do pomiarów teledetekcyjnych

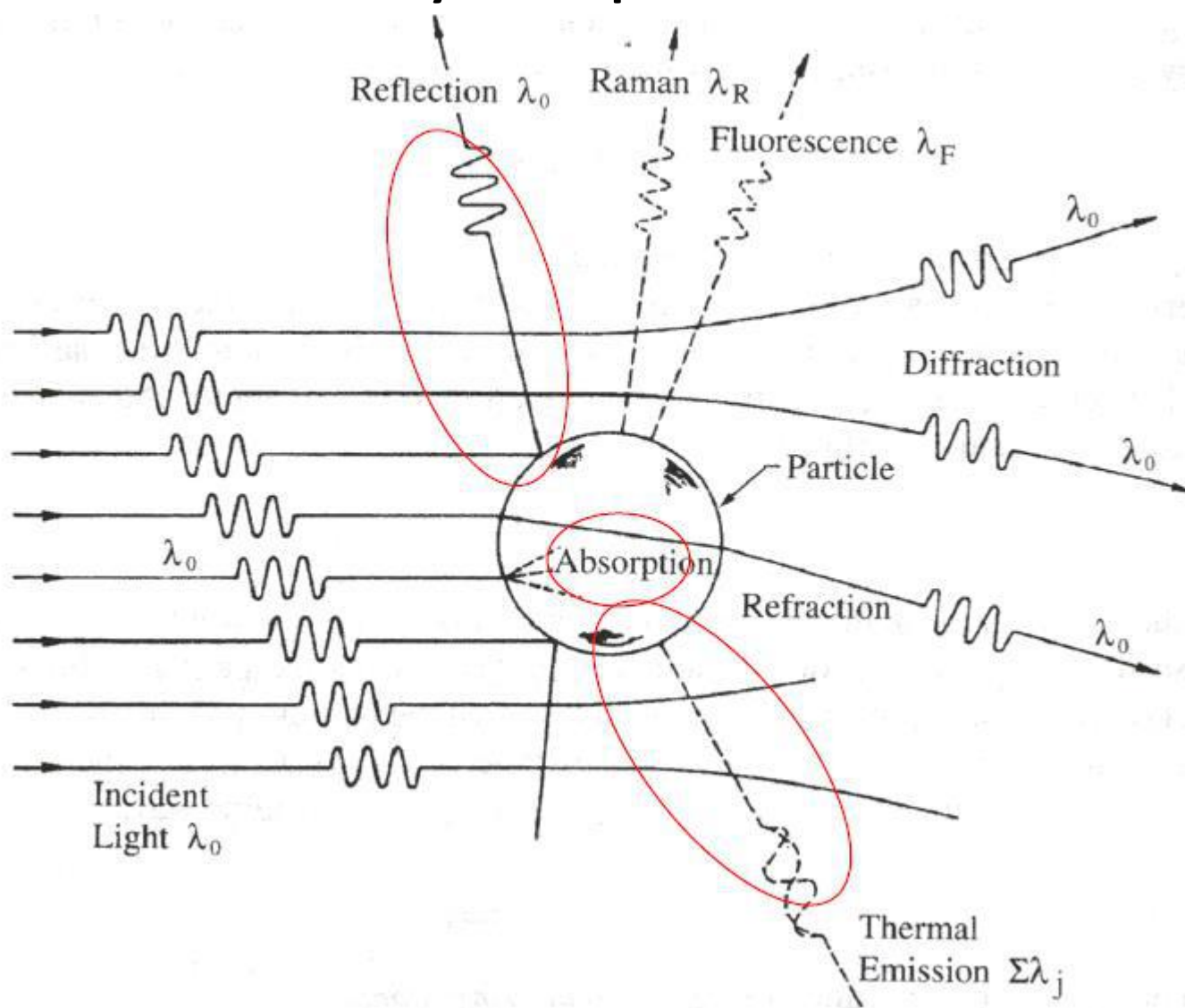
- Skomplikowana interpretacja danych pomiarowych, która często wymaga stosowania metod odwrotnych.
- Metody te wymagają użycia teorii transferu promieniowania elektromagnetycznego w atmosferze (czasami również w oceanie), a w szczególności teorii rozpraszania oraz absorpcji.
- Z całego widma promieniowania analizowane są takie przedziały spektralne, w których promieniowanie elektromagnetyczne oddziałuje z materią (np. molekuły powietrza, aerozol, chmury, powierzchnia ziemi, itp.).

Odziaływanie promieniowania z atmosferą

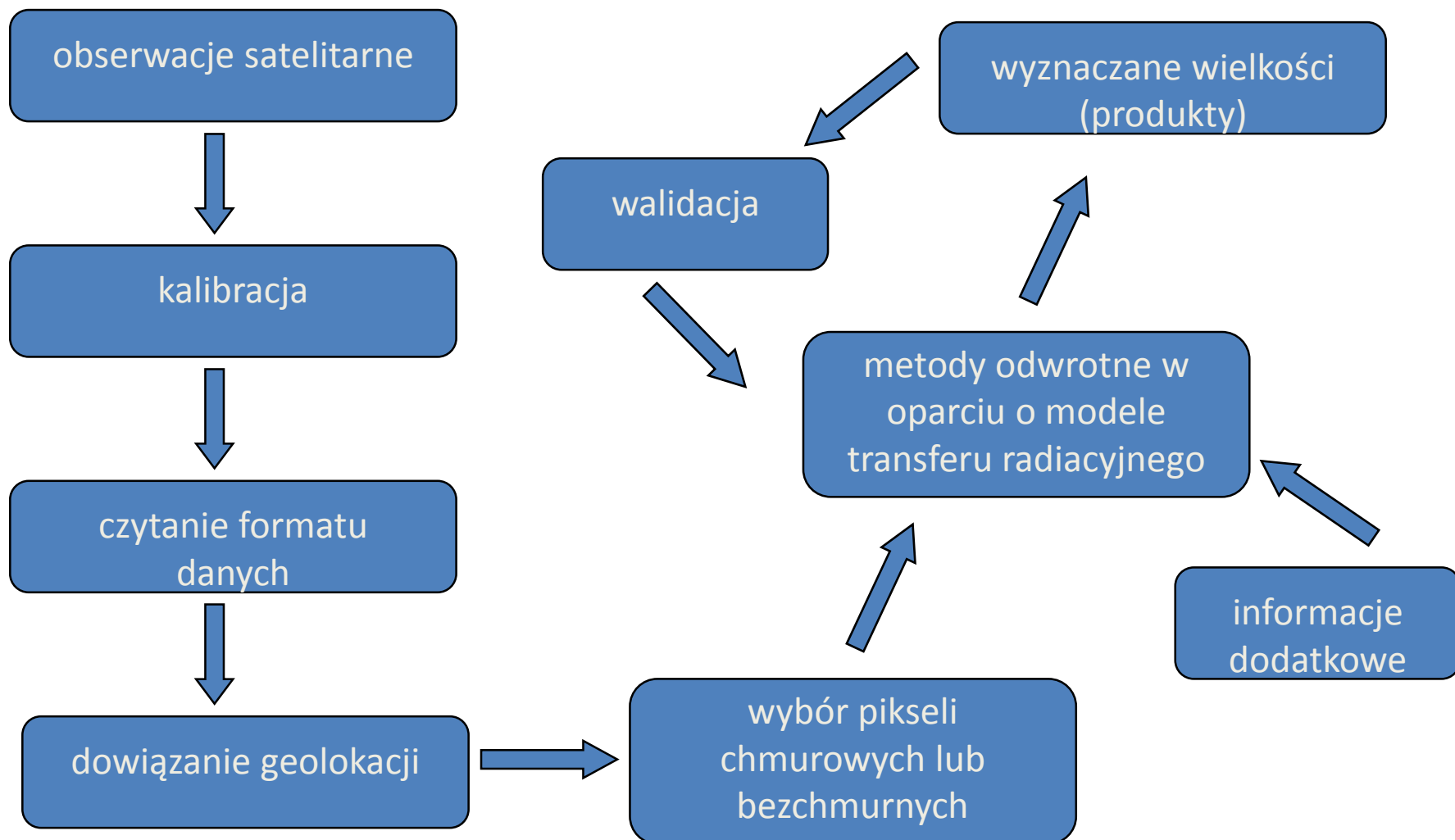


rozpraszanie na molekułach powietrza, aerozolu i chmurach

Odziaływanie promieniowania z atmosferą



Ogólny schemat algorytmu teledetekcyjnego do wyznaczania wielkości atmosferycznych

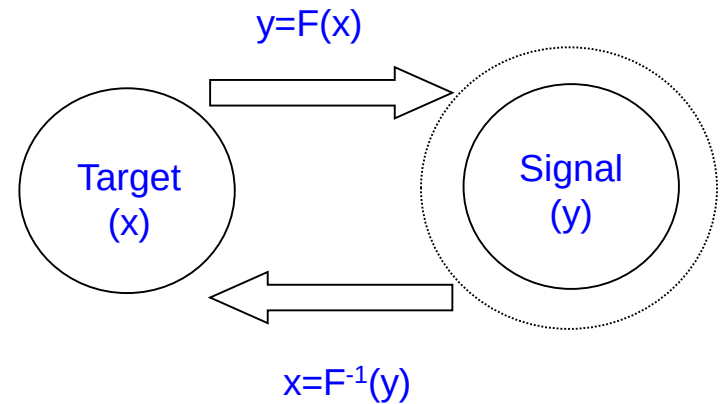


Problem odwrotny

- W ogólności sygnał y (wektor spektralnej radiancji) odbierany przez detektor może być zapisany w postaci:

$$y=F(x),$$

- gdzie, x jest wektorem parametrów które chcemy wyznaczyć i które określających badany obiekt, F reprezentuje zaś pewną funkcję.
- Funkcja ta opisuje procesy radiacyjne w ośrodku i jest najczęściej funkcją silnie nieliniową.



Funkcja odwrotna F^{-1} opisuje nam badany obiekt zgodnie z relacją:
 $x=F^{-1}(y)$.

W większości przypadków, z jakimi mamy do czynienia w atmosferze funkcji odwrotnej F^{-1} nie możemy wyznaczyć. W takim przypadku wykorzystujemy metody numeryczne.

Niejednoznaczność rozwiązania

- Podstawowym problemem, jaki napotykamy w metodach odwrotnych jest brak **jednoznacznego rozwiązania**.
- Wynika to z faktu, że nasz problem jest najczęściej problemem niedookreślonym ze względu na większą liczbę parametrów które chcemy wyznaczać w stosunku do liczny niezależnych obserwacji.
- Np. w przypadku wyznaczania profilu temperatury powietrza, zazwyczaj mamy pomiary w kilkunastu czy w kilkudziesięciu kanałach spektralnych, zaś naszą niewiadomą jest funkcja ciągła. W tym przypadku, temperaturę powietrza wyznacza się tylko dla kilku lub kilkunastu warstw atmosfery.

Problem stabilności rozwiązania

- Poza niejednoznacznością pojawia się problem stabilności rozwiązania oraz problem uzyskania tego rozwiązania.
- Niestabilności rozwiązania mogą pojawiać się np. ze względu na błędy obserwacyjne lub błędne założenia poczynione na temat własności fizycznych badanego ośrodka i uproszczeń procesów fizycznych.
- W wielu zagadnieniach teledetekcyjnych problem odwrotny sprowadza się do równania Fredholma pierwszego rodzaju

$$y_i = \int_a^b K_i(x)f(x)dx$$

- gdzie funkcja $f(x)$ może opisywać np. profil pionowy temperatury atmosfery, $K(x)$ jest jądrem, zaś y_i wartościami mierzonej radiancji w „i” kanałach spektralnych.

Wpływ błędów pomiarowych

- Jeśli uwzględnić niedokładności pomiarowe równania Fredholma sprowadza się do postaci

$$y_i + \varepsilon_i = \int_a^b K_i(x) f(x) dx$$

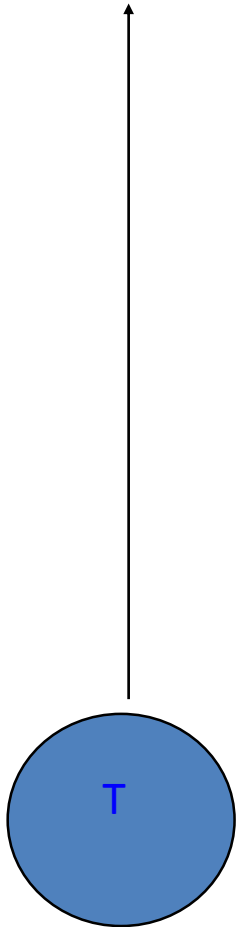
- gdzie błędy ε_i mogą powodować znaczne zmiany profilu funkcji $f(x)$. Czułość rozwiązania na błędy pomiarowe jest rzeczą bardzo niepożądana. Można ją jednak minimalizować poprzez odpowiedni dobór obszaru spektralnego dla którego wykonujemy pomiary promieniowania.

Przykład I

$$I_{\lambda} = f(\lambda, T)$$

Rozważmy ciało doskonale czarne o temperaturze T .
Dokonujemy pomiaru natężenia (radiacji) promieniowania emitowanego przez to ciało w dowolnej odległości. Zakładamy jednak brak atmosfery między detektorem a ciałem.

Wyznaczenie temperatury tego ciała (zgodnie ze wzorem Plancka) wymaga pomiaru natężenia (radiacji) promieniowania jedynie dla pojedynczej długości fali.



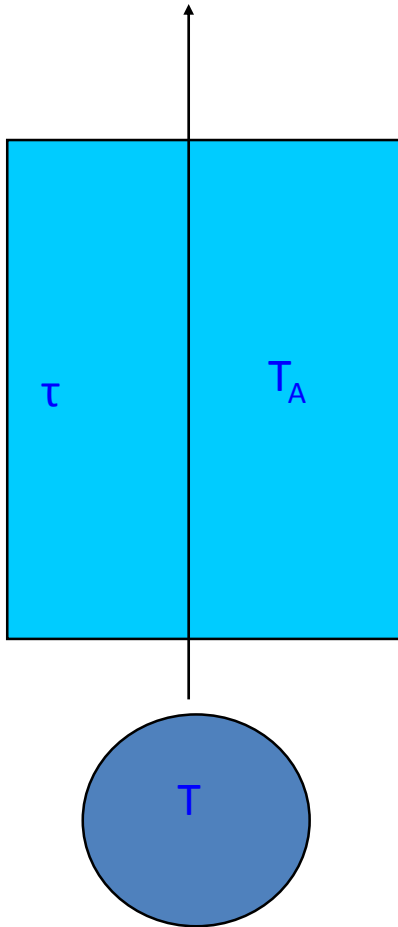
$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{hc/k\lambda T} - 1 \right)}$$

$$T = \frac{hc}{k\lambda \ln \left[1 + \frac{2hc^2}{B_{\lambda} \lambda^5} \right]}$$

$$I_{\lambda} = f(\lambda, T, T_A, \tau)$$

Przykład II

$$I_{\lambda} = (1 - e^{-\tau}) B_{\lambda}(T_A) + e^{-\tau} B_{\lambda}(T)$$



W przypadku gdy między detektorem a ciałem znajduje się izotermiczna atmosfera o temperaturze T_A oraz grubości optycznej τ wówczas promieniowanie docierające do detektora zależy od 3 zmiennych (nie uwzględniając długości fali).

Tak, więc musimy zmierzyć promieniowanie dla co najmniej 3 długościach fali.

Dodatkowo, własności optyczne dla tych 3 długości fali muszą się różnić znacząco.

W atmosferze temperatura zmienia się z wysokością więc sytuacja jest dużo bardziej skomplikowana.

Jednak grubości optyczna atmosfery τ zmienia się z długością fali...

Przykład III – wrażliwość na błędy pomiarowe

- Rozważmy przypadek, gdy mamy tylko dwie obserwowane wartości promieniowania I_1 oraz I_2 . Dyskretyzując równanie Fredholma mamy:

$$I_1 = B_1 W_{1,1} + B_2 W_{1,2} \quad I_2 = B_1 W_{2,1} + B_2 W_{2,2}$$

- Założmy, że wagi W mają następujące wartości:
- $W_{1,1} = W_{1,2} = 1$
- $W_{2,1} = 2$
- $W_{2,2} = 2.000001$
- Zaś wartości promieniowania wynoszą:
- $I_1 = 2$
- $I_2 = 4.000001$.
- Wówczas uzyskujemy poszukiwane wielkości: $B_1 = 1, B_2 = 1$
- Następnie niech wartości I_2 będzie nieco inna ze względu na niepewności pomiarowe i wynosi $I_2 = 4$.
- Uzyskujemy wówczas: $B_1 = 2, B_2 = 0$.

Uwagi do przykładu

- Problem niestabilności rozwiązania pojawił się ze względu na wartości wag W_{ij} .
- Wagi $W_{1,1}$ i $W_{1,2}$ oraz $W_{2,1}$ i $W_{2,2}$ są równe sobie co oznacza, że własności optyczne atmosfery w tych 2 kanałach są identyczne.
- Dlatego, więc pomiar dla drugiej długości fali nie zawiera dodatkowej informacji, a układ równań dwóch równań jest układem zredukowanym.
- W celu wyznaczania informacji atmosferycznych należy wybierać kąty spektralne różniące się transmisją atmosfery

Metody rozwiązywania problemów odwrotnych.

Poszukiwanie dodatkowych informacji o problemie odwrotnym

1. Regularyzacja równania Fredholma
2. Metody minimalizacji funkcji kosztu (3D-VAR, 4D-VAR, i in.)
3. Podejście Bayesa
4. Filtr Kalmana
5. Metody Monte Carlo

Rozwiązywanie równania Fredholma

$$g_i = \int_{r_1}^{r_2} f(r) K_i(r) dr \quad i=1,2,\dots,M \quad M \text{ jest liczbą obserwacji spektralnych wielkości } g$$

Dla wygody poszukiwać będziemy rozwiązanie w postaci szeregu funkcji:

$$f(r) = \sum_{j=1}^N f_j w_j(r)$$

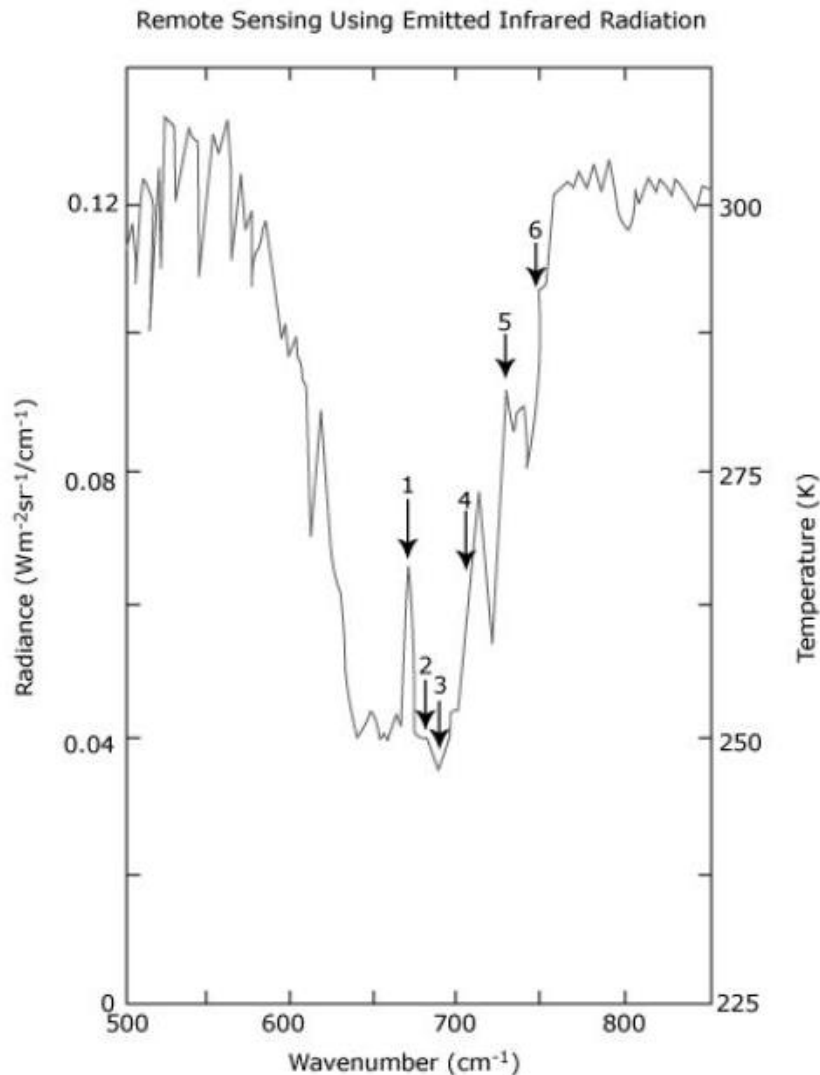
gdzie f_j są nieznanymi współczynnikami, zaś w_j oznacza funkcje ortogonalne. Podstawiając dostajemy:

$$g_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} f_j \quad \text{gdzie } i=1,2,\dots,M$$

$$A_{ij} = \int_{r_1}^{r_2} w_j(r) K_i(r) dr$$

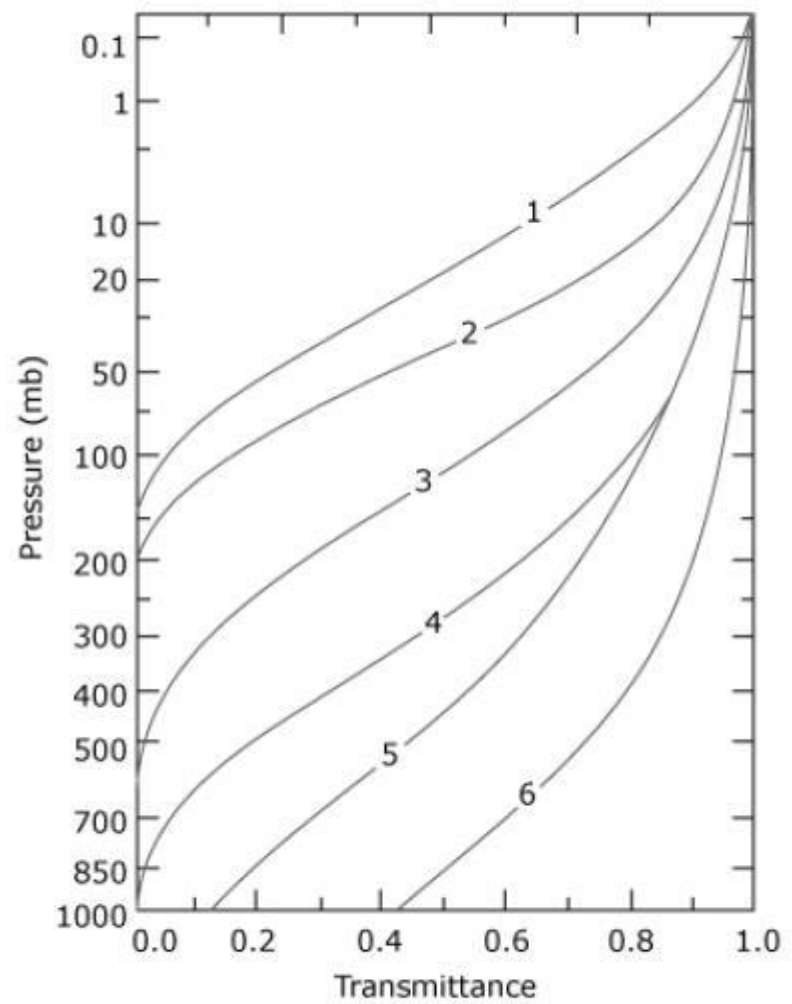
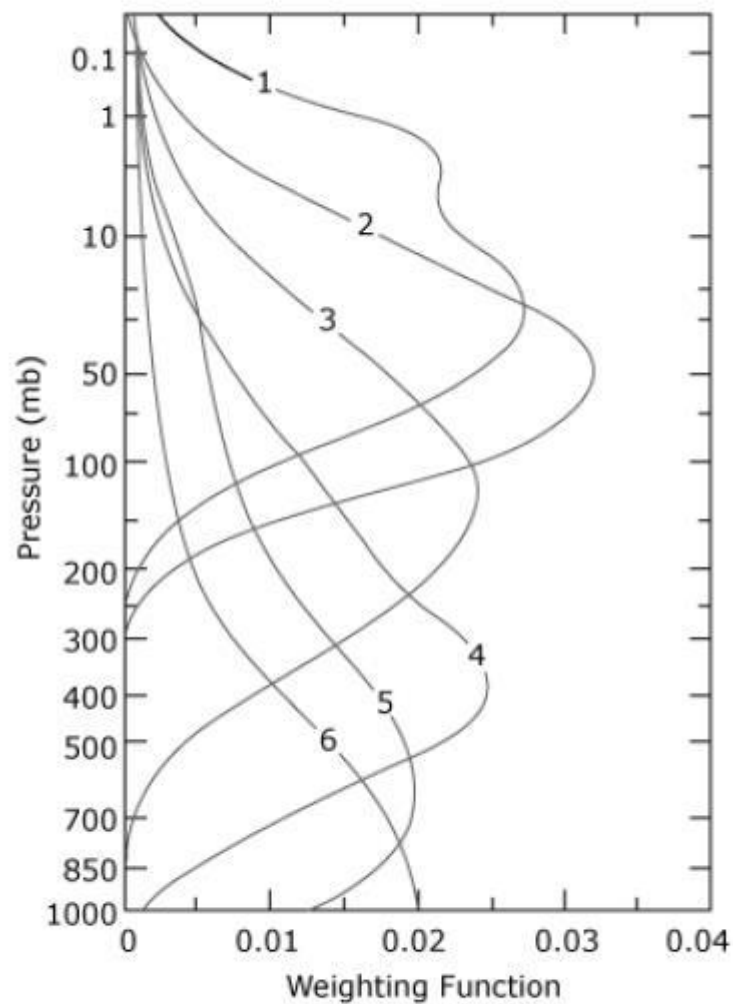
Uwaga: czasami funkcję $f(r)$ rozbija się na iloczyn funkcji silnie i wolno zmiennej.

Zagadnienie odwrotne dla profilu pionowego temperatury powietrza



Outgoing radiance in terms of blackbody temperature in the vicinity of 15 μm CO₂ band observed by the IRIS on Nimbus 4. The arrows denote the spectral regions sampled by the VTPR instrument.

$$I_{\lambda}(0) = \int_{p_s}^0 B_{\lambda}(p) \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp$$



The weighting function and transmittance for the NOAA 2 Vertical Temperature Profile Radiometer (VTPR).

Musimy wyznaczyć $f_j(j=1,\dots,N)$ korzystając z obserwacji $g_i(i=1,\dots,M)$.
Wprowadzamy oznaczenia:

$$\vec{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \dots \\ g_M \end{bmatrix} \quad \vec{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_N \end{bmatrix} \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{M1} & \dots & \dots & A_{MN} \end{bmatrix}$$

Wyjściowe równanie sprowadza się do równania wektorowego

$$\vec{g} = \hat{A}\vec{f}$$

Jak wiadomo macierz odwrotna istnieje tylko wtedy gdy $M=N$ oraz gdy $\det A \neq 0$.
Jeśli więc $M=N$ to nasze rozwiązanie jest postaci:

$$\vec{f} = \hat{A}^{-1}\vec{g}$$

- Z reguły macierz **A** nie może być odwrócona dlatego używa się metody najmniejszych kwadratów. Różnicę lewej i prawej strony powyższego równania zapisujemy w postaci:

$$\varepsilon_i = g_i - \sum_{j=1}^N A_{ij} f_j \quad i=1, \dots, M$$

Musimy więc zminimalizować wielkość

$$\sum_{i=1}^M \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1}^N A_{ij} f_j - g_i \right)^2$$

Poprzez przyrównaniu wszystkich pochodnych względem $f_k (k=1, 2, \dots, n)$ do zera

$$\frac{\partial}{\partial f_k} \left[\sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1}^N A_{ij} f_j - g_i \right)^2 \right] = 0$$

$$2 \left[\sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1}^N A_{ij} f_j - g_i \right) \delta_{k,j} A_{ij} \right] = 0$$

lub w formie macierzowej

$$\hat{A}^T \hat{A} \vec{f} = \hat{A}^T \vec{g}$$

$$\sum_{i=1}^M \left(\sum_{j=1}^N A_{ij} f_j - g_i \right) A_{ik} = 0$$

$$\vec{f} = (\hat{A}^T \hat{A})^{-1} \hat{A}^T \vec{g}$$

Rozwiązanie zagadnienia odwrotnego w powyżej formie jest niestabilne, a niestabilności związane ze źle postawionym problemem odwrotnym nie są jedyne.

Istotnym wkład wnoszą błędy kwadratur używane do obliczeń elementów macierzy A_{ij} , błędy obcięcia numerycznego oraz przede wszystkim błędy pomiarowe wielkości g_i .

W praktyce g_i nigdy nie jest znane i dlatego musi być zapisane w postaci:

$$\hat{g}_i = g_i + \varepsilon_i$$

Niepewności ε_i wpływają na niejednoznaczność rozwiązania f_i , która może być usunięta poprzez narzucenie dodatkowego warunku pozwalającego wybrać jedno z możliwych rozwiązań na f_i .

Rozpatrujemy wyrażenie

$$\sum_i \varepsilon_i^2 + \gamma \sum_i (f_j - \bar{f})^2$$

gdzie γ jest współczynnikiem wygładzającym mówiącym jak silnie rozwiązanie f_i jest zmuszane do zbiegania do zadanej wartości (w tym przypadku do wartości średniej, a ogólnie do wektora informacji a priori). Stosując metodę najmniejszych kwadratów mamy

$$\frac{\partial}{\partial f_k} \left[\sum_i \left(\sum_j A_{ij} f_j - \hat{g}_i \right)^2 + \gamma \sum_i (f_j - \bar{f})^2 \right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial f_k} \left[\sum_i \left(\sum_j A_{ij} f_j - \hat{g}_i \right) A_{ik} + \gamma (f_j - \bar{f}) \right] = 0$$

Równoważny zapis macierzowy

$$\hat{A}^T \hat{A} f - \hat{A}^T \hat{g} + \gamma \hat{H} f = 0$$

gdzie macierz H ma postać

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} 1 - N^{-1} & -N^{-1} & \dots & -N^{-1} \\ -N^{-1} & 1 - N^{-1} & \dots & -N^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -N^{-1} & \dots & \dots & 1 - N^{-1} \end{bmatrix}$$

Postać macierzy $\mathbf{H}$ wynika ze wzoru

$$\bar{\mathbf{f}} = \mathbf{N}^{-1} \sum_{k=1}^{\mathbf{N}} \mathbf{f}_k$$

Rozwiązanie problemu odwrotnego:

$$\mathbf{f} = \left(\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{A}} + \gamma \hat{\mathbf{H}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{g}}$$

Wprowadzony dodatkowy warunek ma na celu zbliżyć rozwiązanie do pewnej klasy rozwiązań określonych przez $\bar{\mathbf{f}}$

Rozwiązanie na $\bar{\mathbf{f}}$ może być wyznaczane na podstawie danych historycznych.

$$\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{A}} \mathbf{f} - \hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{g}} + \gamma (\mathbf{f} - \bar{\mathbf{f}}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{f} = \left(\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{A}} - \gamma \hat{\mathbf{I}} \right)^{-1} (\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{g}} + \gamma \bar{\mathbf{f}})$$

gdzie $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową

Warunek wygładzania rozwiązania można konstruować również przez wyrażenia:

1) $\sum (f_{j-1} - f_j)^2$ (pierwsza pochodna)

2) $\sum (f_{j-1} - 2f_j + f_{j+1})^2$ (druga pochodna)

które nie zawierają wyrażenia $\bar{f}$

3-wymiarowa analiza wariacyjna: 3D-Var

- Z matematycznego punktu widzenia problem odwrotny jest równoznaczny problemowi asymilacji danych w numerycznych prognozach pogody.
- W metodzie 3D-Var poszukujemy wektora analizy x_a , który minimalizuje skalarną funkcję kosztu.
- Zdefiniowana jest ona przez odległość pomiędzy wektorem stanu x a wektorem informacji a priori x_a mnożoną przez wagę będącą odwrotnością kowariancji błędu i odległość pomiędzy wektorem stanu x , a wektorem obserwacji y_o mnożoną przez odwrotność kowariancji błędów obserwacyjnych.

$$J(x) = (x - x_a)^T B^{-1} (x - x_a) + (y - F(x))^T R^{-1} (y - F(x))$$

B i R są kowariancjami błędów pierwszego przybliżenia oraz błędów obserwacji.

3-wymiarowa analiza wariacyjna 3D-VAR

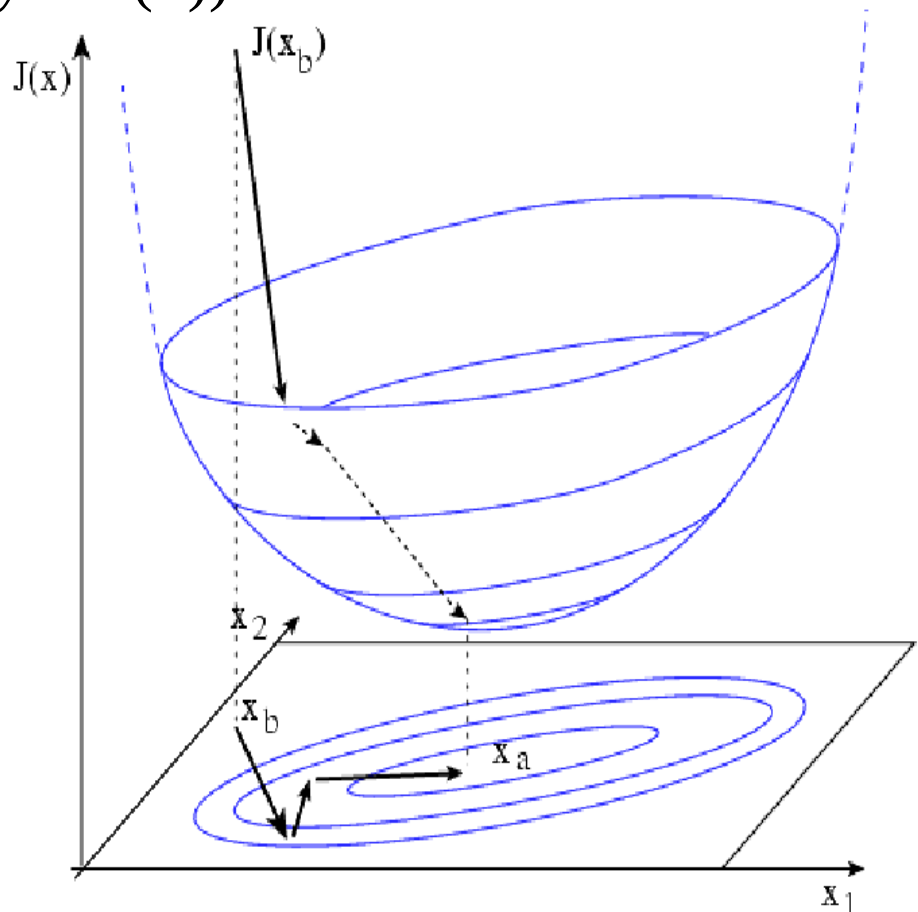
- Rozważamy funkcję kosztu oraz jej gradient w postaci:

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_a)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_a) + (\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}))$$

$$\nabla J(\mathbf{x}) = 2\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a) - 2\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}))$$

Minimalizacja wariacyjnej funkcji kosztu (na podstawie 2-wymiarowego modelu).

Kwadratura funkcji kosztu ma kształt paraboloidy (w tym przypadku) z wartością minimalną dla optymalnej wartości analizy $\mathbf{x}_A$. Algorytm poszukiwania wartości minimalnej sprowadza się do poruszania po krzywej funkcji kosztu w kierunku największego gradientu funkcji.



Podejście Bayesa

- Przed wykonaniem obserwacji mamy wiedzę a priori w postaci rozkładu gęstości prawdopodobieństwa (pdf-u).
- Proces pozyskania danych obserwacyjnych jest utożsamiany jako mapowanie wektora stanu w przestrzeni obserwacji przy użyciu modelu (F)
- Teoria Bayesa opisuje formalizm procesu odwrotnego do powyższego mapowania i opisuje metodę służącą do wyznaczania pdf-u aposteriori poprzez poprawianie pdf-u a priori przez pdf obserwacji.

Można pokazać, że w tym przypadku wektor stanu
(wyznaczanych wielkości dany jest wzorem

$$x = x_a + BK^T (KBK^T + R)^{-1} (y - Kx_a)$$

↑
pole pierwszego
przybliżenia

↑
macierz wzmocnień

↑
różnica pomiędzy pomiarem
a polem pierwszego przybliżenia

K- zlinearyzowany model F

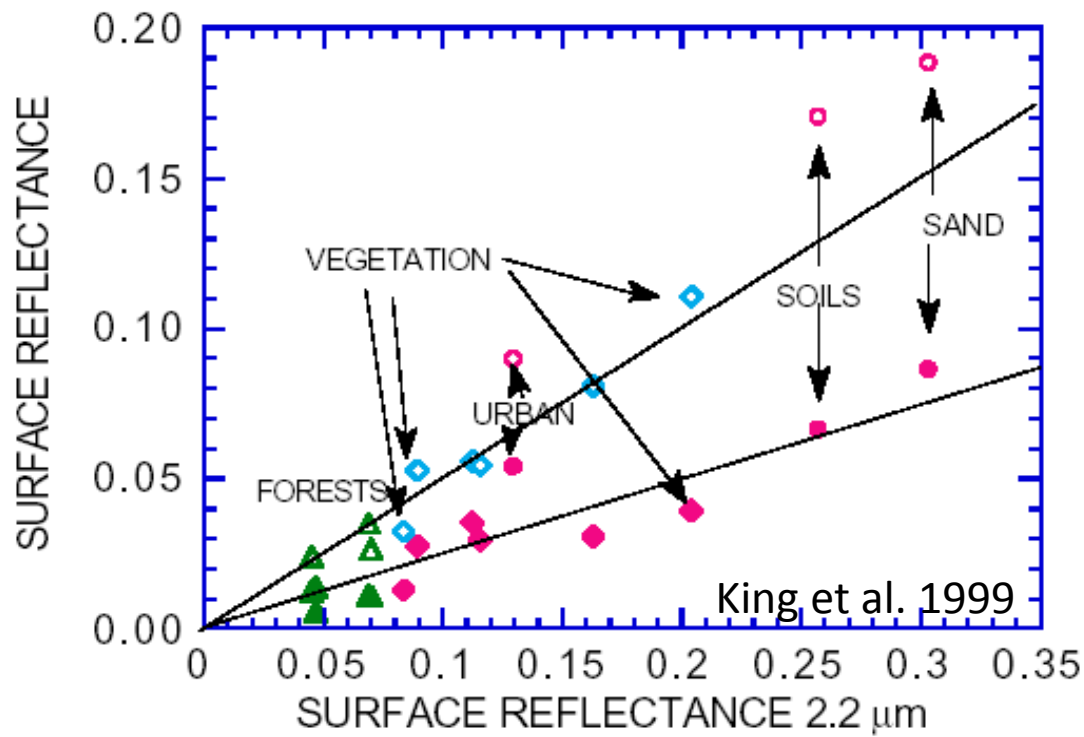
Minimalizacja funkcji kosztu

- Metoda Newtona-Gausa $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - \left(\nabla_{\mathbf{x}}^2 J\right)^{-1} \nabla_{\mathbf{x}} J$
- Metoda najmniejszych kwadratów $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - A \nabla_{\mathbf{x}} J$
- Metoda Monte Carlo

Wyznaczanie grubości optycznej aerozolu nad lądem

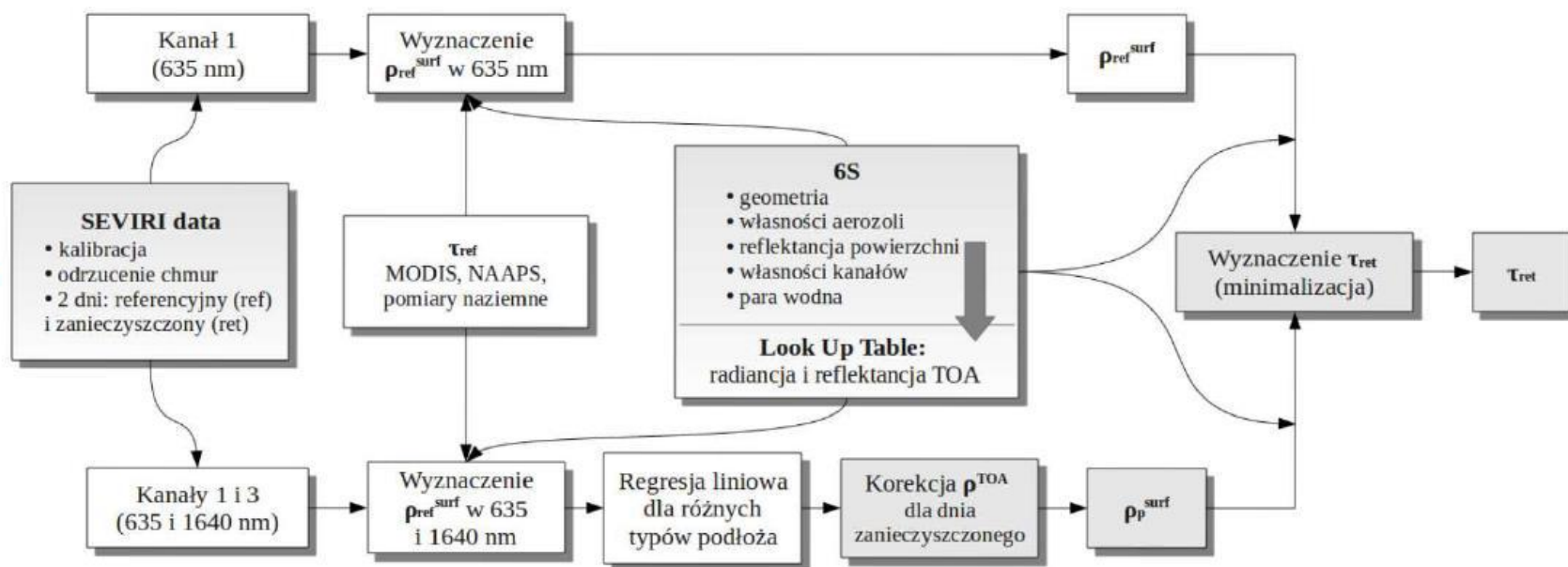
- Problem źle uwarunkowany
- Promieniowanie rejestrowane przez detektory satelitarne zależy nie tylko od własności optycznych aerozolu (AOD , ω , $P(\theta)$) ale również od własności optycznych podłoża
- Zmienność współczynnika odbicia podłoża jest największym problemem w przypadku satelitarnych pomiarów AOD
- W przypadku większości algorytmów zakłada się, że typowy aerozol ma znikomą grubość optyczną w środkowej podczerwieni ($2-4 \mu m$) i w tym zakresie wyznacza się parametry optyczne podłoża, które następnie konwertuje się do zakresu widzialnego
- W innych podejściach wykorzystuje się dodatkowe informacje, które pozwalają oszacować współczynnik odbicia powierzchni ziemi

Zmiany spektralne współczynnika refleksyjności podłoża



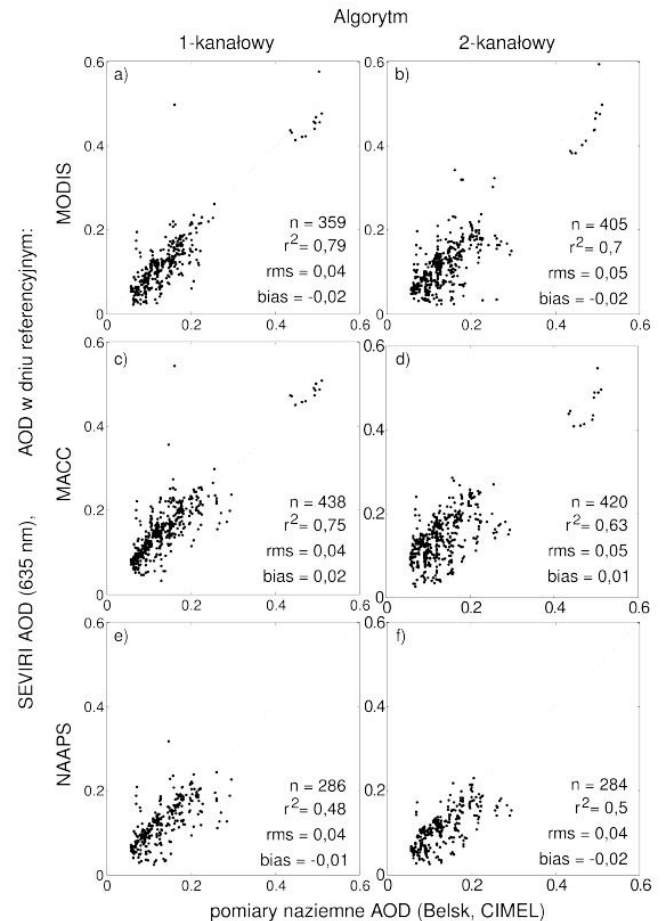
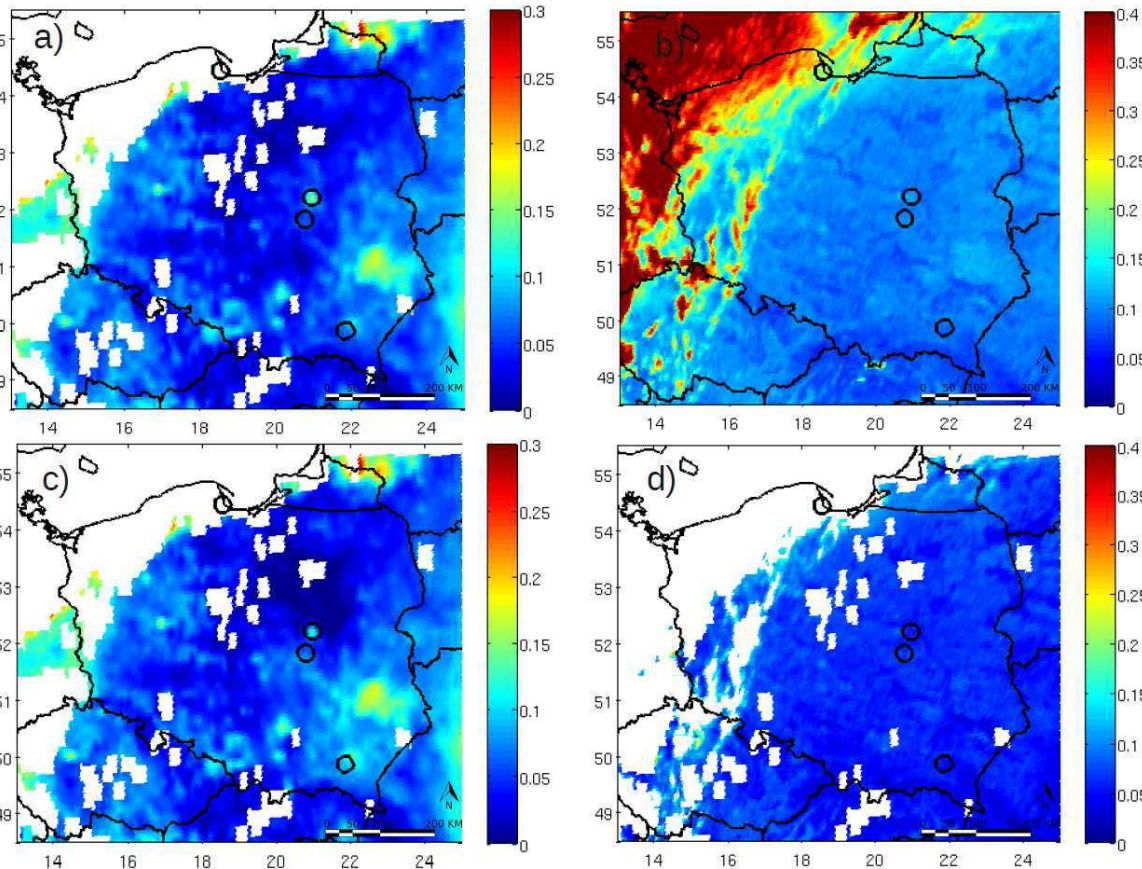
Konstrukcja algorytmów satelitarnych w oparciu o synergię danych z detektora SEVIRI i obserwacji naziemnych

Algorytm 1-kanalowy



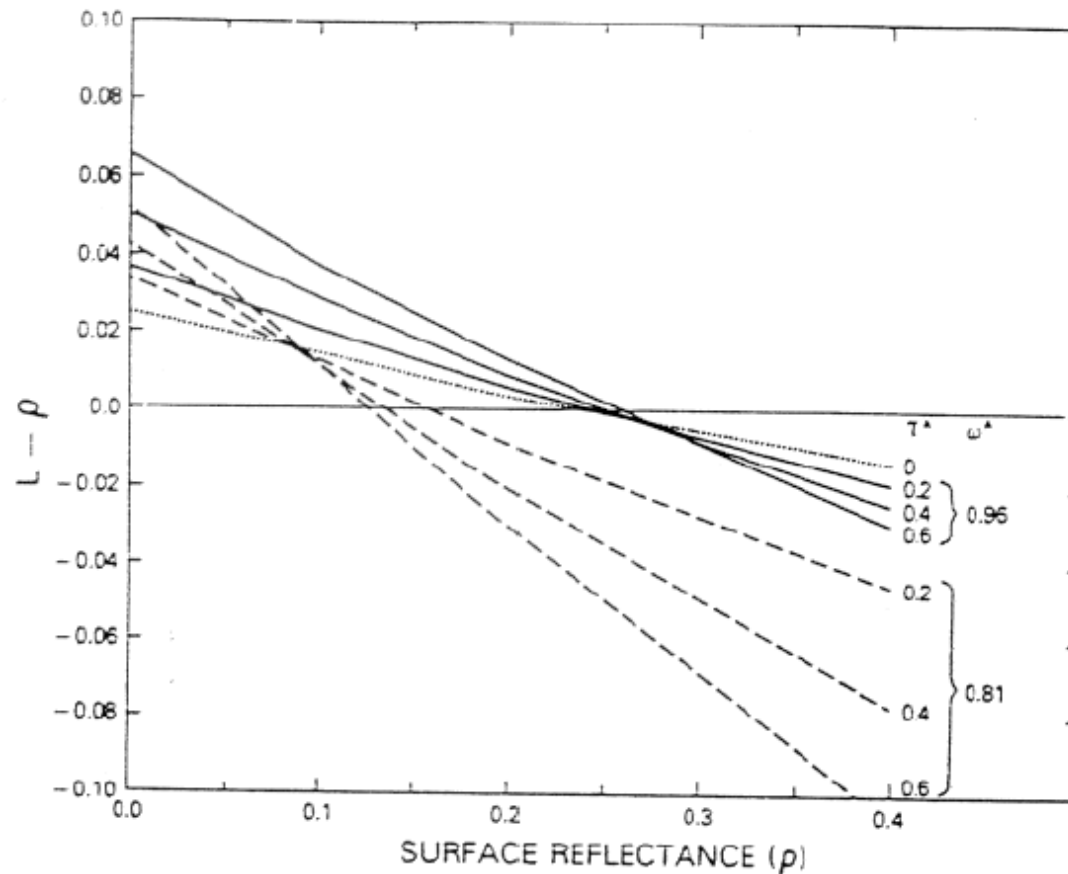
Algorytm 2-kanalowy

Optymalna interpolacja AOD



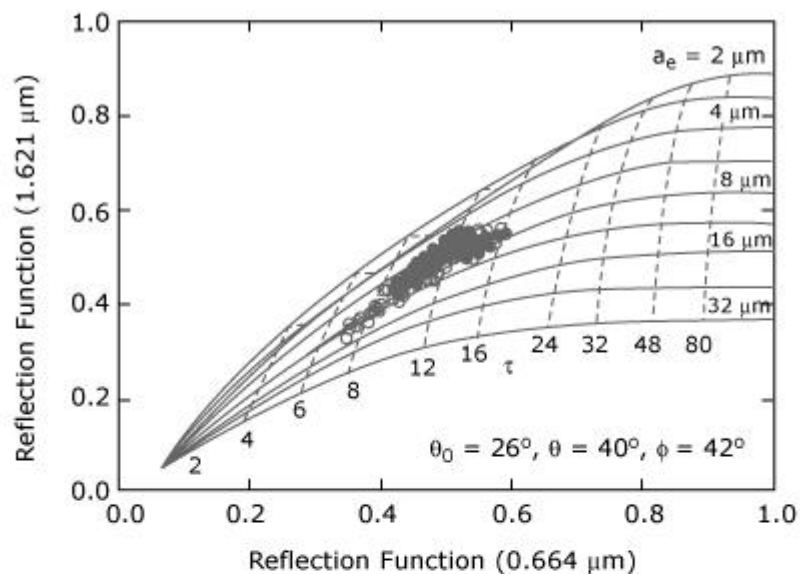
Zawadzka, Ph.D, 2015

Wpływ własności optycznych aerozolu na współczynnik odbicia na górnej granicy atmosfery

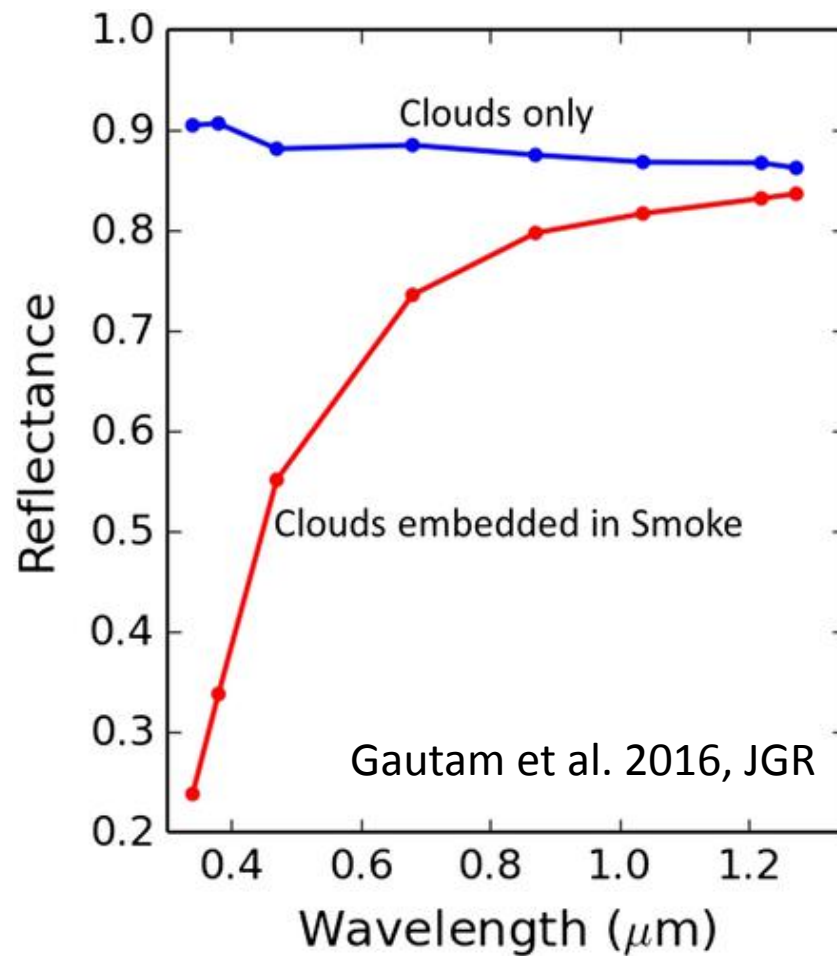
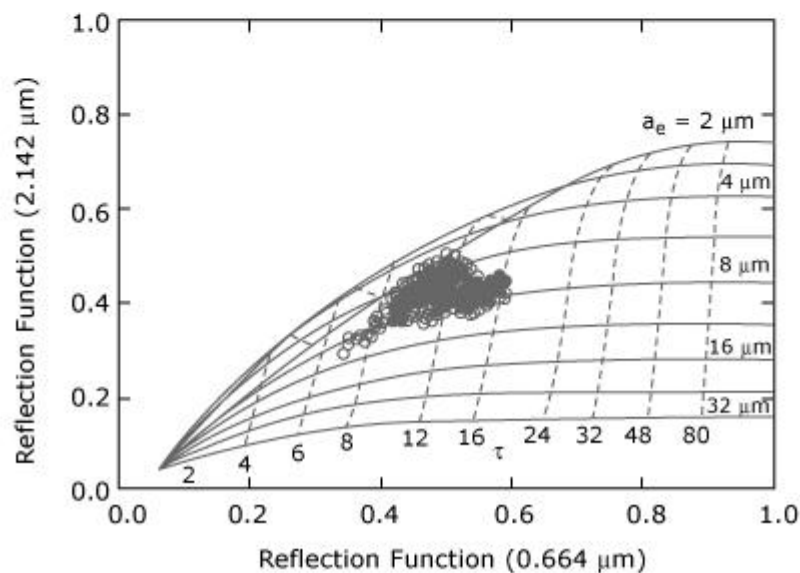


Wyznaczanie mikrofizycznych własności chmur

a



b



Podsumowanie

- Regularyzacja zagadnienia odwrotnego poprzez synergię z wynikami innymi pomiarów lub z wynikami modelowania numerycznego
- Alternatywnym rozwiązaniem stosowanym obecnie jest asymilacja radiancji mierzonej przez detektory satelitarne zamiast asymilacji produktów metod odwrotnych w modelach numerycznych (transportu zanieczyszczeń, prognoz pogody itd.).